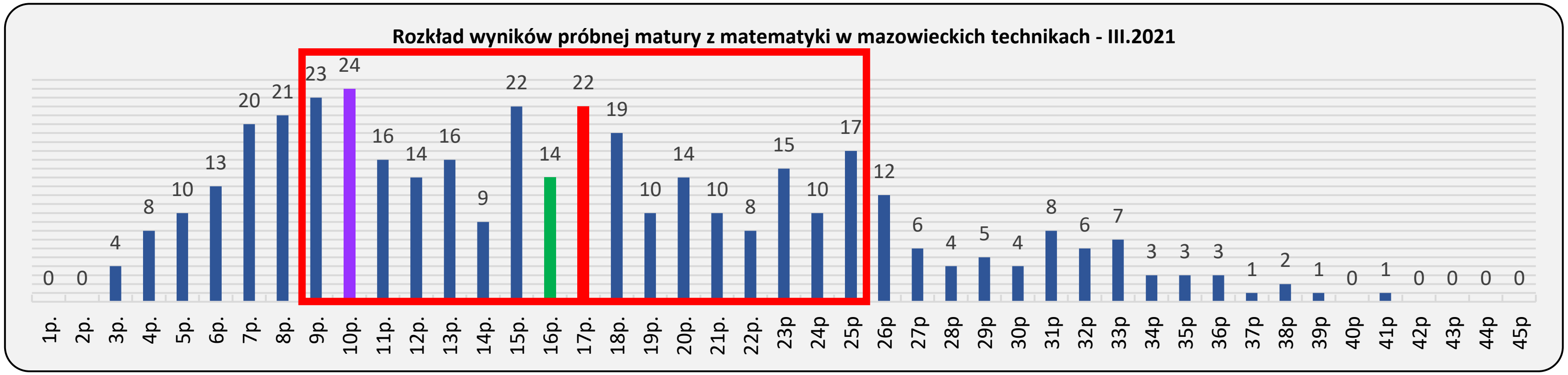
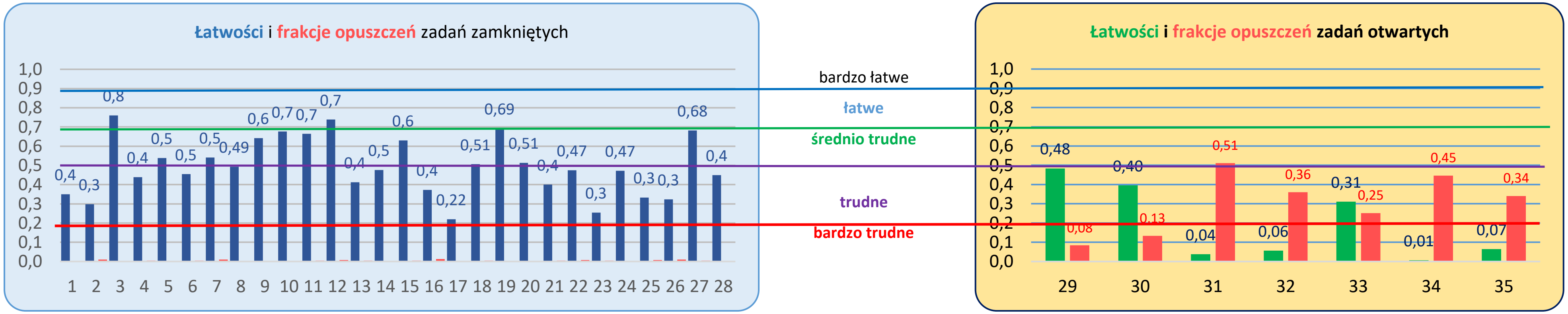
WYKRESY obrazujące rozkłady wyników PRÓBNRGO EGZAMINU MATURALNEGO 2021 w TECHNIKACH



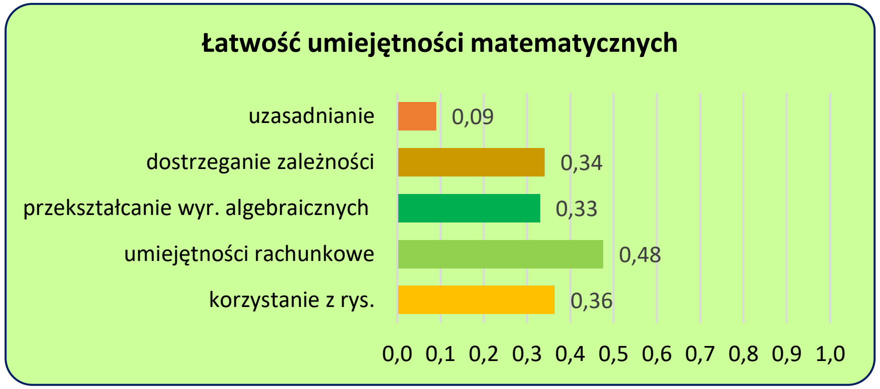
Przedział (8,3p.; 25,2p.) obejmuje 68% uczniów (na podstawie odchylenia standardowego od średniej). W tym przedziale wyniki niższe od średnie otrzymało 138 uczniów, a wyzsze - 103 uczniów.
Poza przedziałem znalazło się 76 uczniów (19%) z wynikami co najwyżej 8p. (opanowali co najwyżej 18% umiejętności mierzonych testem) oraz 66 uczniów (16%) z wynikami powyżej 25p. (ci uczniowie opanowali co najmniej 58% umiejętności mierzonych testem).
Co najwyżej 14p. (mniej niż 31% możliwej do zdobycia liczby punktów) otrzymało 178 uczniów (44% piszących test). Co najmniej 34p. (co najmniej 76% możliwej do zdobycia liczby punktów) otrzymało tylko 14 uczniów (3,5% piszących test).
Mediana 16p. jest nieco niższa od **średniej** (16,7p.), a dominanta dla tego rozkładu jest równa 10p. - taki rozkład miar tendencji centralnej wskazuje na asymetrię dodatnią rozkładu (nieco więcej uczniów otrzymało wynik niższy od średniej). **Łatwość testu równa 0,37** wskazuje, że próbna matura na poziomie podstawowym była dla tej grupy uczniów **trudna.**



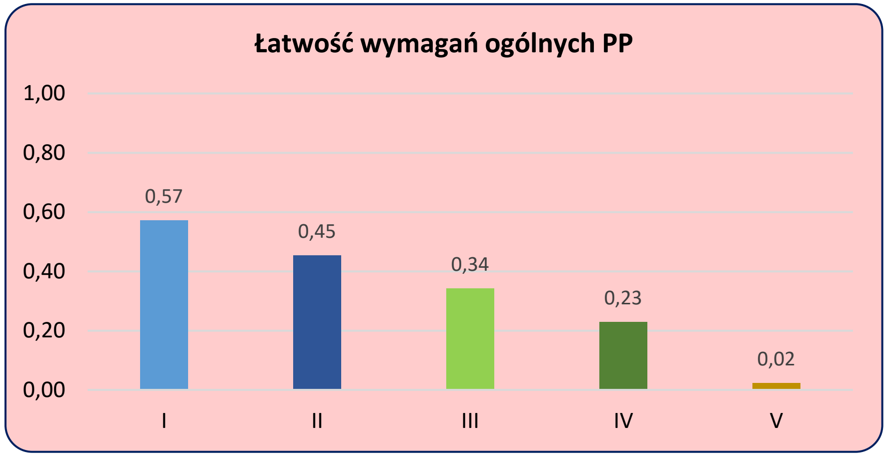
Wyniki uczniów wskazują, że w tym zestawie zadań zamkniętych dla badanych uczniów nie było zadań **bardzo łatwych**.
Zadania łatwe to: 3, 12.
Zadania średnio trudne to: 5, 7, 9, 10, 11, 15, 18, 19, 20, 27
Zadania trudne to: 1, 2, 4, 6, 8, 13, 14, 16, 17, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28
Wśród zadań zamkniętych nie było zadań **bardzo trudnych**.
Rozkład opuszczeń w zadaniach zamkniętych jest bardziej widoczna na kolejnych wykresach.

Wyniki uczniów wskazują, że w tym zestawie zadań otwartych dla badanych uczniów nie było zadań **łatwych** ani **bardzo łatwych** ani średnio trudnych.
Zadania trudne to: 29, 30, 33.
Zadania bardzo trudne to: 31, 32, 34, 35.
Wielu uczniów **nie podjęło próby** rozwiązania zadań wielu zadań otwartych:
31 - 51% u., 32 - 36% u., 33 - 25% u., 34 - 45% u., 35 - 34% u.

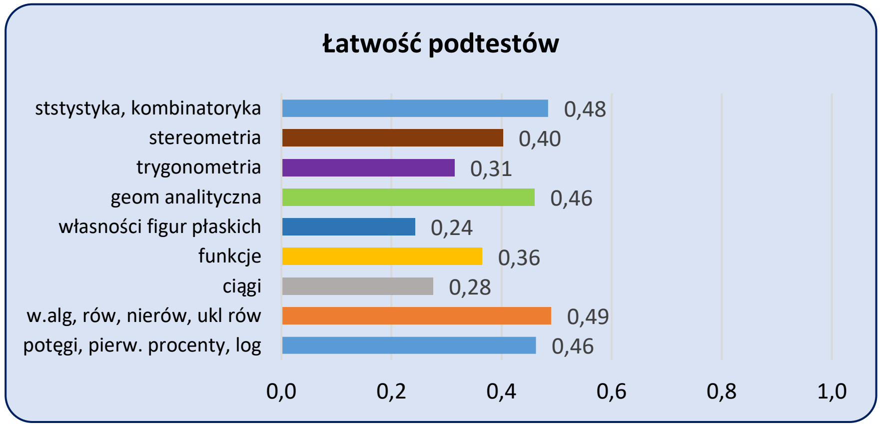
ŁATWOŚCI W UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNYCH UCZNIÓW



Współczynniki łatwości dla umiejętności matematycznych uczniów wskazują, że w tym teście nie było zadań, które sparwdzałyby łatwe lub bardzo łatwe umiejętności uczniów.
Bardzo trudne dla uczniów okazało się **uzasadnianie**, którego elementy występowały w zadaniach 14, 31, 34 i 35.
Pozostałe umiejętności okazały się **trudne**.
Najlepiej wypadły umiejętności rachunkowe, ale ich łatwość nie przekroczyłą 0,5.
Do wielu zadań w tym teście warto było wykorzystac rysunek - wyniki wskazują, że zaledwie co trzeci uczeń potrafił tego zrobić.

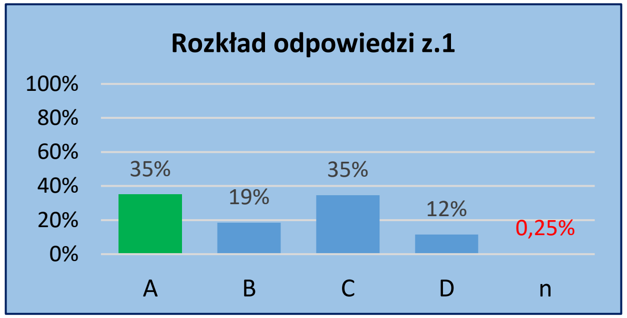


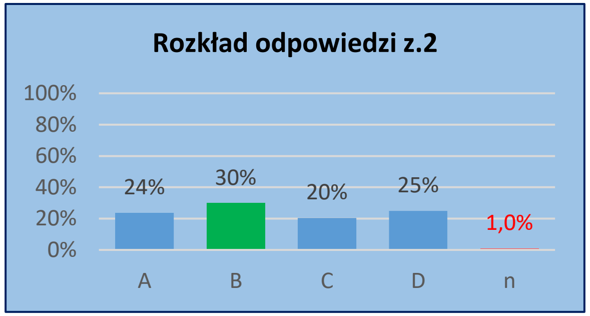
Spośród wymagań ogólnych podstawy programowej najlepiej wypadło wymaganie I - wykorzystanie i tworzenie informacji, nieco gorzej wymaganie II - wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
Wmaganiu III - modelowanie matematyczne, sprostała zaledwie 1/3 uczniów, a wymaganiu IV – użycie i tworzenie strategii - niestety zaledwie 23% uczniów.
Tylko 36 uczniów (2% piszących) wykazała się umiejętnością rozumowania i zapisywania argumentów dowodzących badanych własności (wymaganie V).
Należy mobilizować uczniów do rozwiązywania zadań wymagających zapisania ciągu argumentów na poparcie sposobu rozwiązania zadania – dotyczy to zarówno zadań typu „udowodnij, że…” jak i innych zadań, w których uczeń opisuje kolejne kroki postępowania i zapisuje odpowiedź wskazującą, że zakończył rozwiązanie problemu występującego w zadaniu. Warto na tablicy zapisywać pełne rozwiązania zadań – wraz z wszystkimi komentarzami, a także odsyłać uczniów do podręcznika w celu analizy zapisów rozwiązań przykładów do omawianych tematów lekcji.

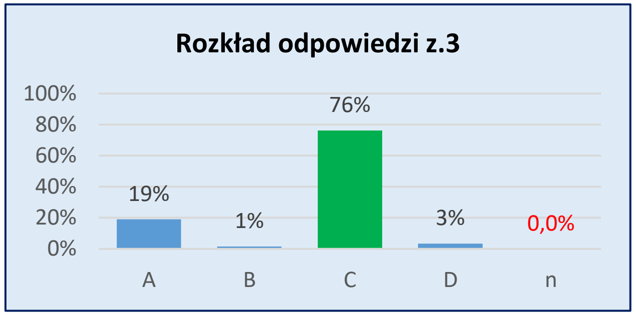


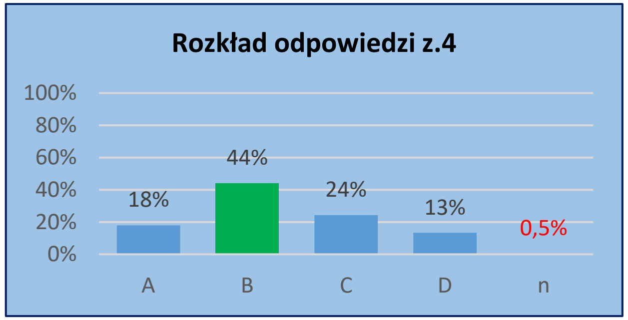
Ta grupa uczniów jest jeszcze bardzo słabo przygotowana do matury.
Na słabe wyniki dla zadań z zakresu "Ciągi" wpłynęły zapewne złe wybory odpowiedzi w zadaniu 14 oraz nieumiejętność rozwiązania zadania 35, w którym uczeń musiał opracować strategię rozwiązania, a potem bezbłędnie ją przeprowadzić - 10% uczniów udało się uzyskać 1% za rozwiązanie tego zadania, bardzo niewielu z nich kontynuowało rozwiązanie z sukcesem.
Warto dokładnie przyjrzeć się **wyborom odpowiedzi w zadaniach zamkniętych** z zakresu "własności figur płaskich" i przeanalizować a uczniami popełnione błędy aby odkryć jakiego rodzaju umiejętności im zabrakło - znajomość praw i wzorów, umiejętność ogólnego spojrzenia na problem itp.
Zadanie 32 z **trygonometrii** wymagało od ucznia szerszego spojrzenia na problem - 57% uczniów już na starcie nie poradziło sobie z tym zadaniem.

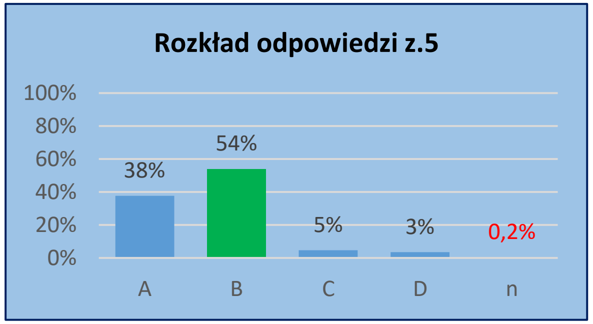
ROZKŁAD ODPOWIEDZI W ZADANICH ZAMKNIĘTYCH

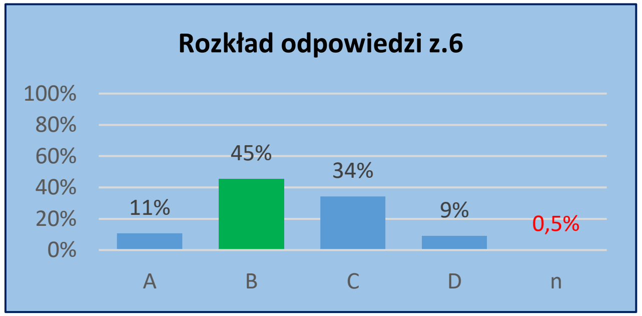


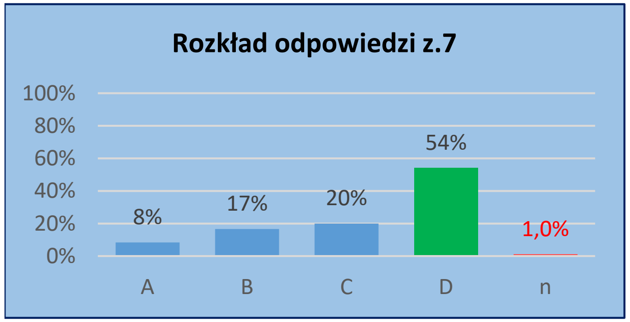


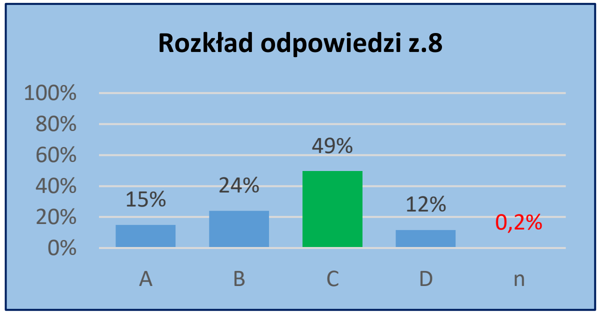


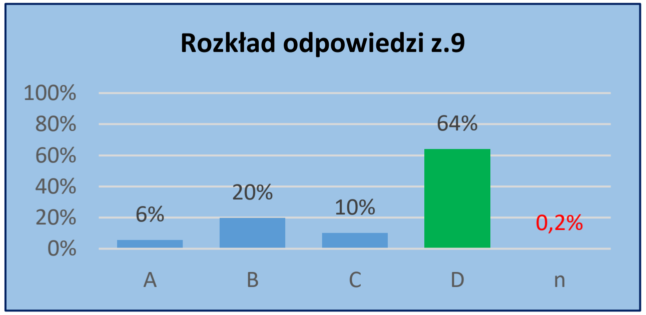


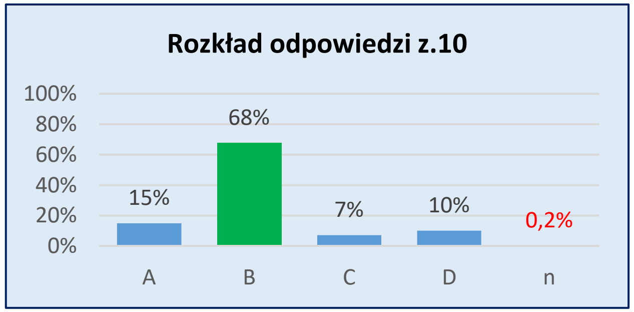


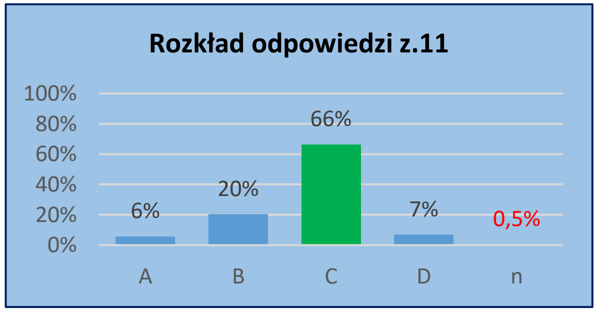


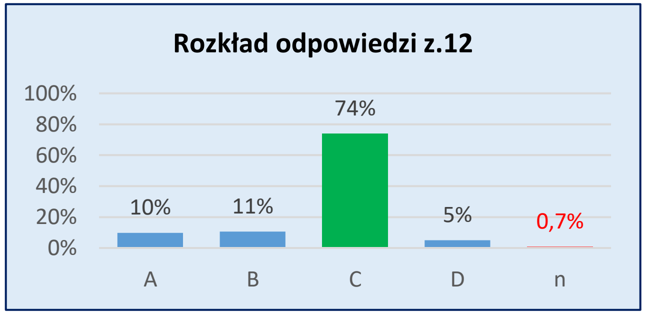


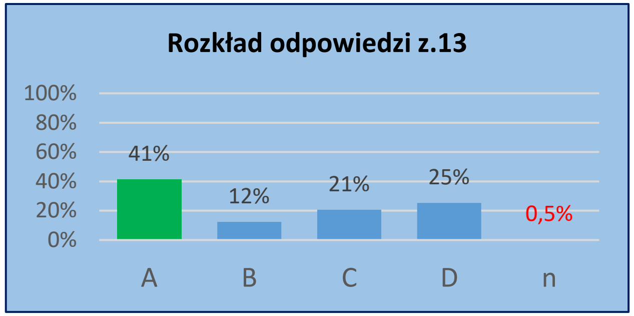


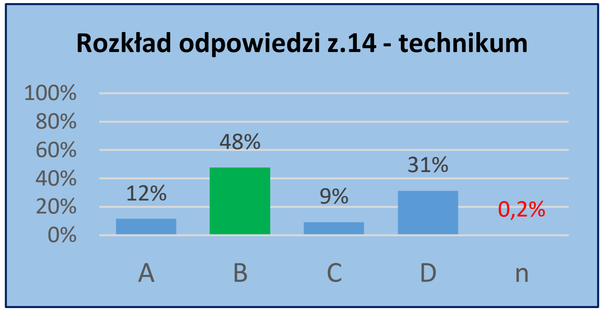


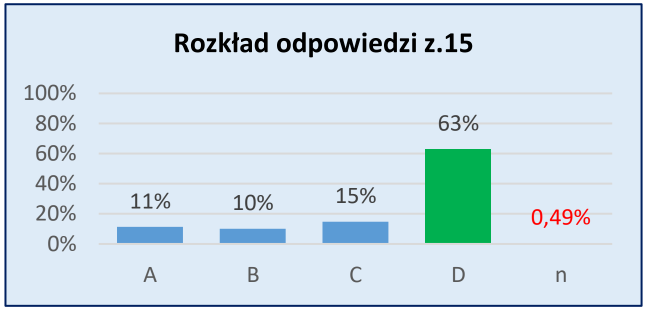


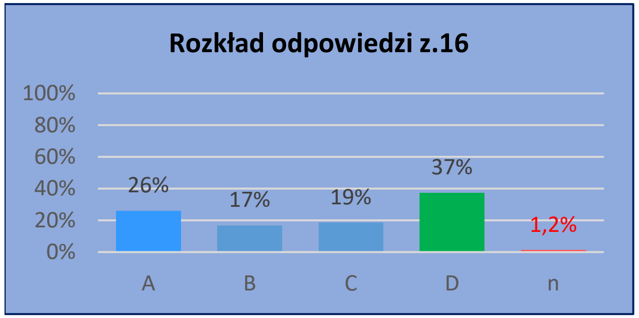


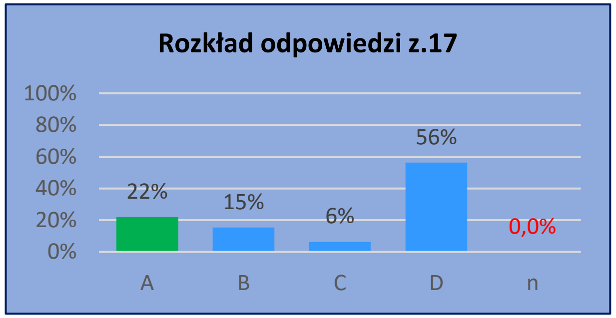


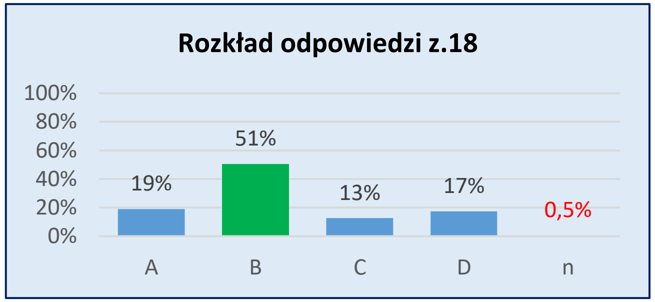

Rozkład odpowiedzi z.13
100%
80%
60%
40%
20%
0%
41%
12%
21%
25%
0,5%
A
B
C
D
n

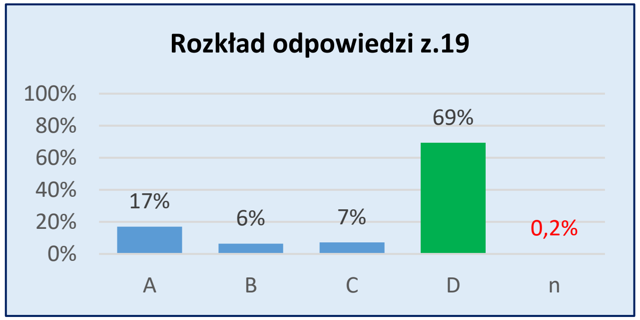

Rozkład odpowiedzi z.14 - technikum
100%
80%
60%
40%
20%
0%
12%
48%
9%
31%
0,2%
A
B
C
D
n

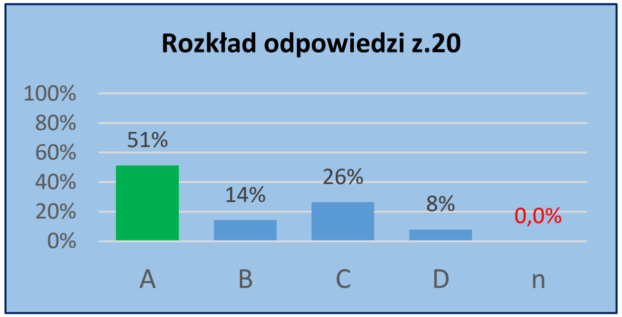

Rozkład odpowiedzi z.15
100%
80%
60%
40%
20%
0%
11%
10%
15%
63%
0,49%
A
B
C
D
n

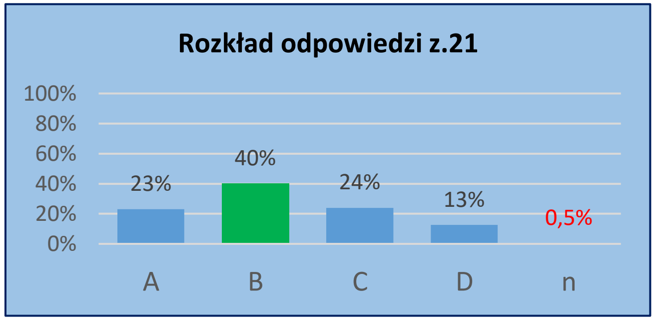

Rozkład odpowiedzi z.16
100%
80%
60%
40%
20%
0%
26%
17%
19%
37%
1,2%
A
B
C
D
n

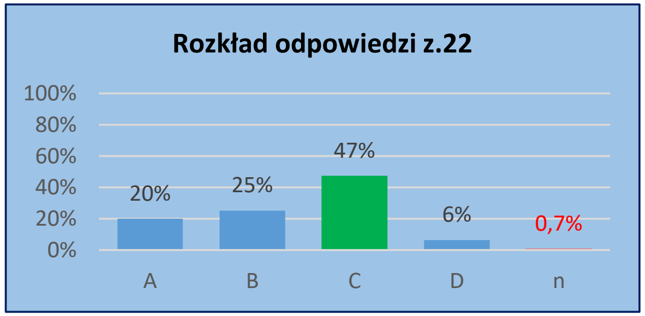

Rozkład odpowiedzi z.17
100%
80%
60%
40%
20%
0%
22%
15%
6%
56%
0,0%
A
B
C
D
n

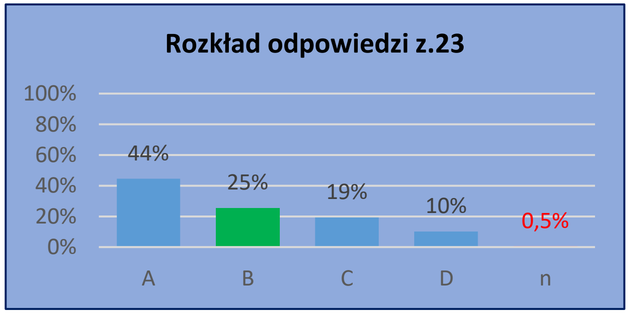

Rozkład odpowiedzi z.18
100%
80%
60%
40%
20%
0%
19%
51%
13%
17%
0,5%
A
B
C
D
n

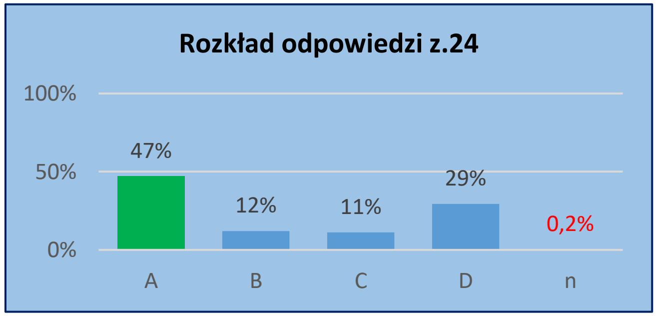

Rozkład odpowiedzi z.19
100%
80%
60%
40%
20%
0%
17%
6%
7%
69%
0,2%
A
B
C
D
n

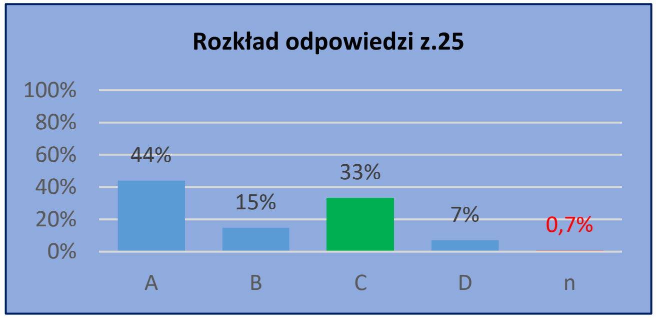

Rozkład odpowiedzi z.20
100%
80%
60%
40%
20%
0%
51%
14%
26%
8%
0,0%
A
B
C
D
n

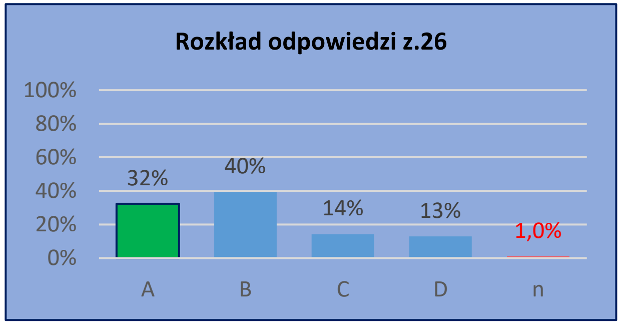

Rozkład odpowiedzi z.21
100%
80%
60%
40%
20%
0%
23%
40%
24%
13%
0,5%
A
B
C
D
n

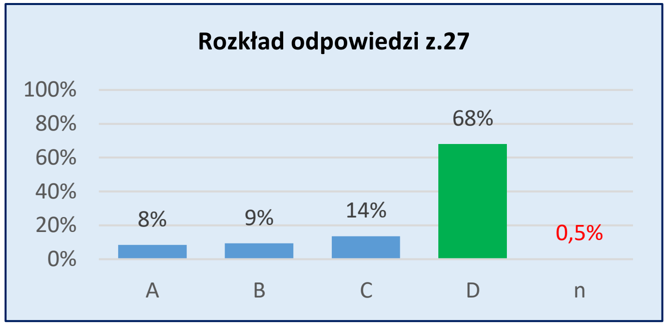

Rozkład odpowiedzi z.22
100%
80%
60%
40%
20%
0%
20%
25%
47%
6%
0,7%
A
B
C
D
n

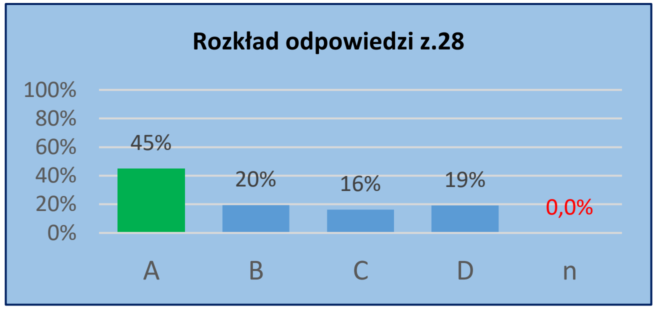

Rozkład odpowiedzi z.23
100%
80%
60%
40%
20%
0%
44%
25%
19%
10%
0,5%
A
B
C
D
n


Rozkład odpowiedzi z.24
100%
50%
0%
47%
12%
11%
29%
0,2%
A
B
C
D
n









Koniecznie należy z uczniami przeanalizować błędne wskazania odpowiedzi w zadaniach zamkniętych pod katem popełnionych błędów.
Często jest to głęboko zakorzeniona nieznajomość wzorów lub własności, a nie błędy nieuwagi.
Uczniowie na maturze mają możliwość korzystania ze wzorów, ale błędy wskazują no to, że nie widzą takiej potrzeby, ufając swoim złym nawykom.
Należy razem z uczniami przeanalizować szczególnie te zadania zamknięte, których wykresy zaznaczono ciemniejszym kolorem - często procent złych odpowiedzi przewyższa procent dobrych odpowiedzi - dogłębna analiza dystraktorów wskaże na rodzaj popełnianych błędów.
Np. w zadaniu 23 wybór odpowiedzi A wskazuje, że być może aż 44% uczniów zamiast kąta 30° zobaczyła na swoim rysunku kąt 60° i do tak zaobserwowanego trójkata zastosowała wiadomości z gimnazjum o trójkącie 30,60,90, albo uczniowie nie znają wzoru na tg kąta ostrego. Odpowiedź C wskazuje, że uczeń, który mozolnie wyliczył długość (a-b)/2 i znalazł taką odpowiedź bezmyślnie ja zakreślił i zaprzestał dlaszego rozwiązywania zadania. Zwrócenie uwagi na poprawne, zgodne z danymi, wykonywanie rysunków ma szansę ustrzec uczniów przed podobnymi błędami na egzaminie.
Polecam zmobilizować uczniów do opracowania sposobów otrzymywania poszczególnych wyników w zadaniach zamkniętych (A, B, C, D) i nazywania błędów, które zostały popełnione.

Wypowiedzi uczestników kursu:
(EC): Zadania zamknięte były typowe. Moi uczniowie jednak popełniali dużo błędów rachunkowych. Tłumaczyli się, że zadań jest tak dużo i obawiali się, że zabraknie im czasu na zadania otwarte. Dopiero po wynikach uświadomili sobie, że tak naprawdę to trzeba się skupić na tych zadaniach zamkniętych, bo daje to ponad 60% na maturze.
(BB): Większość zadań [zamkniętych] była typowa. Choć zdarzały się zadania, których wcześniej na maturze nie było. Przykładem może być zadanie nr 14, gdzie uczniowie mieli podane trzy ciągi i wśród nich mieli znaleźć ten, który był ciągiem arytmetycznym. O ile sobie przypominam, wcześniej tego typu zadania w arkuszach się nie pojawiało, ale nie było ono trudne, więc uczniowie dali sobie radę.
(GŚ): Jak uczniowie rozwiązywali zadanie 14? Czy odpowiedź D wynikała z błędów rachunkowych (w zasadzie jeśli już ktoś liczył, to miał do wykonania łatwe rachunki na liczbach naturalnych, najtrudniejsze chyba 6.32 - 33) czy też ze "strzelania"?
Czy rozwiązywali je korzystając z własności ciągu arytmetycznego: c_n: $2^{(n+1)} - 2^n = 2^n \cdot 2 - 2^n = 2^n \cdot 1$ - różnica nie jest stała, nie jest to ciąg arytmetyczny
b_n: $2(n+1)+13-(2n+13) = 2$ dla każdego n, różnica stała, ciąg arytmetyczny, to a_n już nie trzeba sprawdzać, mamy poprawną odpowiedź!
Czy niektórzy uczniowie od razu "podejrzewali o arytmetyczność" ciąg b_n i tylko dla pewności sprawdzili (przeliczyli, czy przeanalizowali?).
Czy warto przeanalizować z uczniami różne strategie rozwiązywania zadań otwartych?

ROZKŁAD WYNIKÓW CZĄSTKOWYCH W ZADANICH OTWARTYCH

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$3x(x+1) > x^2 + x + 24$$

Zadanie 30. (0–2)

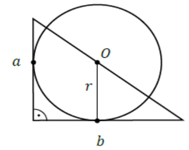
Rozwiąż równanie:

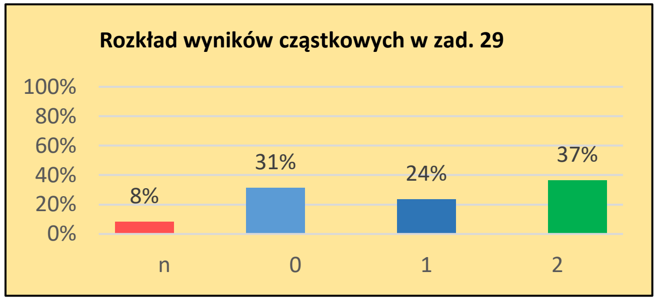
$$\frac{6x-1}{3x-2} = 3x + 2$$

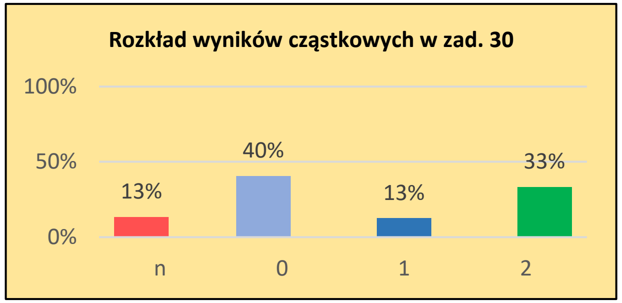
Zadanie 31. (0–2)

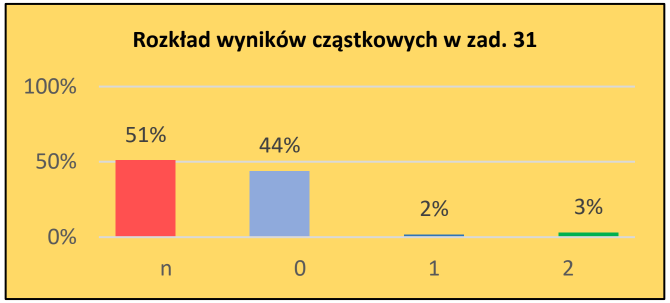
Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości a i b. Punkt O leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).

Wykaż, że promień r tego okręgu jest równy $\frac{ab}{a+b}$.







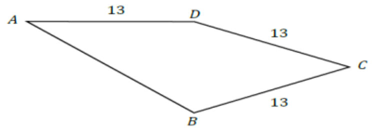


Zadanie 32. (0–2)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{5}$. Oblicz wartość wyrażenia $2\sin\alpha\cos\alpha$.

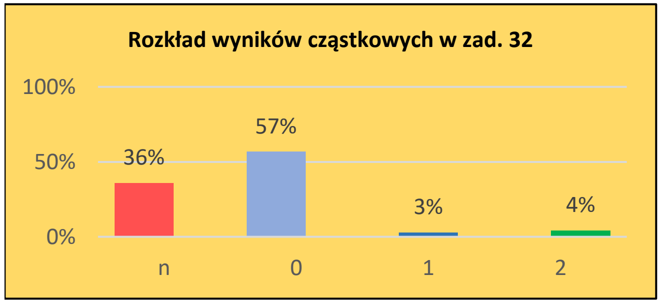
Zadanie 33. (0–2)

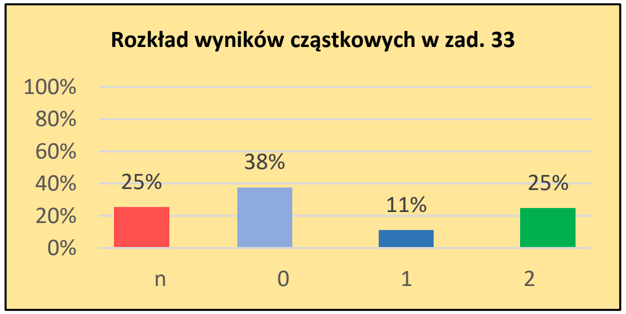
Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

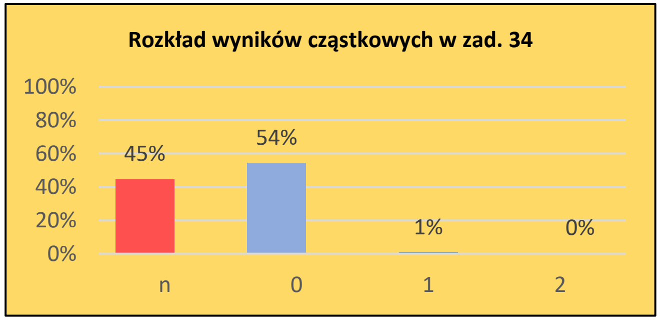


Zadanie 34. (0–2)

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ nie ma miejsc zerowych. Wykaż, że $1 + c > b$.

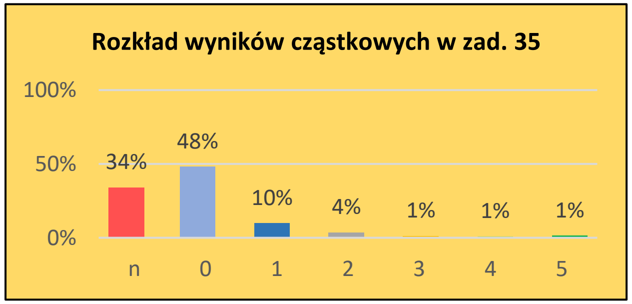






Zadanie 35. (0–5)

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3, a_5, a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n).



Rozwiązania zadań: **31** - dowodzenie w zadaniu geometrycznym, **32** - odkrycie, że trzeba wykorzystać jedynkię trygonometryczną , **35** - wymagające znajomości własności ciągów, zarówno arytemetycznego jak i geometrycznego **wymagają bardzo dokładnej analizy i powtórzenia** wiadomości z badanych zakresów.

W **zadaniu 34** uczeń otrzymywał 1 punkt, gdy zaobserwował, że skoro "funkcja f(x) = x^2+bx+c nie ma miejsc zerowych" i współczynnik przy x^2 jest dodatni, to f(x)>0 - niestety tylko 10% uczniów techników otrzymało 1 punkt za to zadanie, a to wskazuje, że uczniowie niestety nie znają podstawowych własności funkcji kwadratowej. My nauczyciele możemy dyskutować o drugiej części dowodu, ale uczniom trzeba uświadomić fakt, że mogli za zadanie stracić tylko 1 punkt zamiast dwóch.
Możemy razem z uczniami zastanawiać się, czy uzupełnienie polecenia do postaci: "Wykaż, że istnieje taki x, że 1 + c > b" albo "Wykaż, że dla każdego x zachodzi: 1 + c > b" zmienia zadanie?
Co wówczas z tym jednym punktem za pokonanie zasadniczych trudności?

Wypowiedzi uczestników kursu:
(EW): Uczniowie mojej klasy ocenili, że zadania na maturze próbnej, ogólnie rzecz biorąc, były łatwe (poza wymienianym już wielokrotnie zadaniem 34). Zauważyli, że popełnione błędy wynikały często z nieuważnego przeczytania treści zadania, pośpiechu. Dostrzegają, jak ważne jest kontrolowanie czasu przy rozwiązywaniu zadań w domu, podczas przygotowań do matury.

(BB): Słabo wśród moich uczniów wypadło **zadanie 31**. Uczniowie, którzy rozwiązali to zadanie, wybrali metodę, która polegała na podzieleniu trójkąta ABC na trzy figury: kwadrat i dwa trójkąty prostokątne i zsumowaniu tych pól, co spowodowało udowodnienie tezy. [SUPER - przypis własny]

(BZ): Moi uczniowie nie wpadli na pomysł sprawdzenia dla konkretnej liczby [**zad.34** - przypis własny], ponieważ takich dowodów nigdy nie robiliśmy - po opublikowaniu schematu stwierdzili, że nigdy im nie pozwalałam wykazywać poprawności na konkretnych (wybranych) liczbach (zgodnie z uwagami, które jako egzaminatorzy otrzymujemy "Jeżeli zdający sprawdza prawdziwość ... jedynie dla wybranych wartości, to otrzymuje 0 punktów za całe rozwiązanie), a tu taka niespodzianka.

(EW): W mojej klasie uczeń wpadł na bardzo ciekawy sposób rozwiązania tego **zadania** [**34** - przypis włąsny]. Wykorzystał zależność między średnią arytmetyczną a geometryczną, biorąc pod uwagę liczby 1 i c (średnia arytmetyczna liczb 1 i c jest większa lub równa od średniej geometrycznej tych liczb) no i oczywiście fakt, że delta musi być mniejsza od 0. - SUPER! [komentarz własny]