

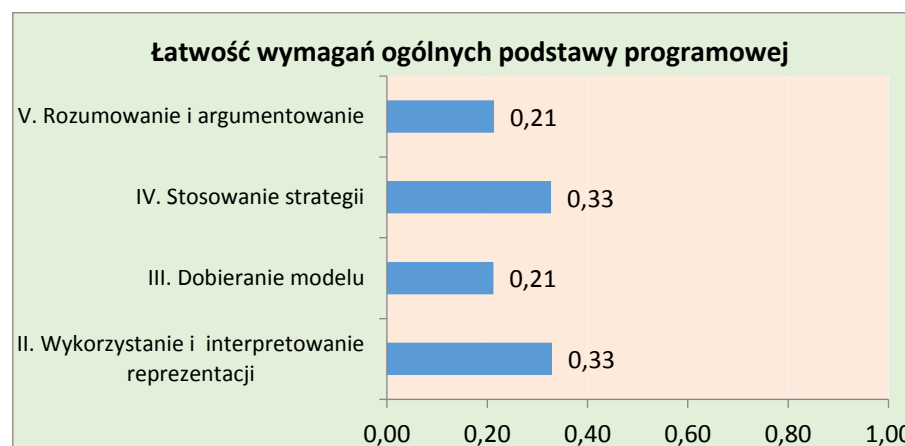
# **RAPORT**

## **z diagnozy umiejętności matematycznych na poziomie rozszerzonym uczniów liceów i techników w „połowie drogi” przed maturą**

**marzec 2019**

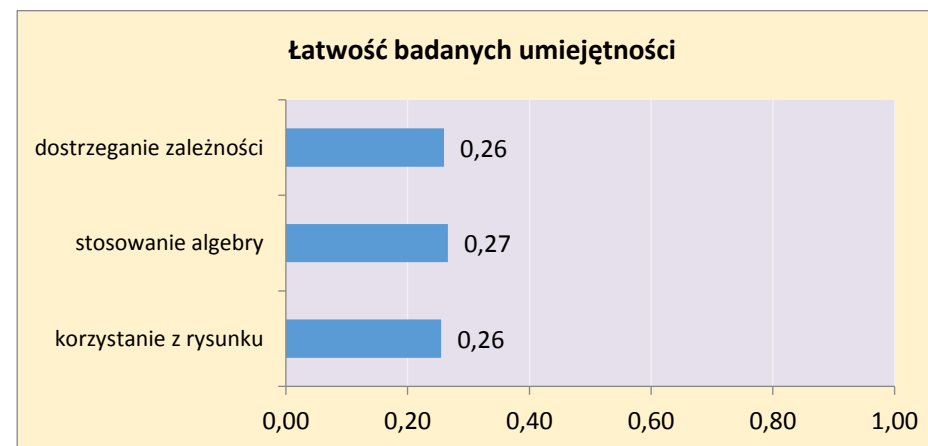
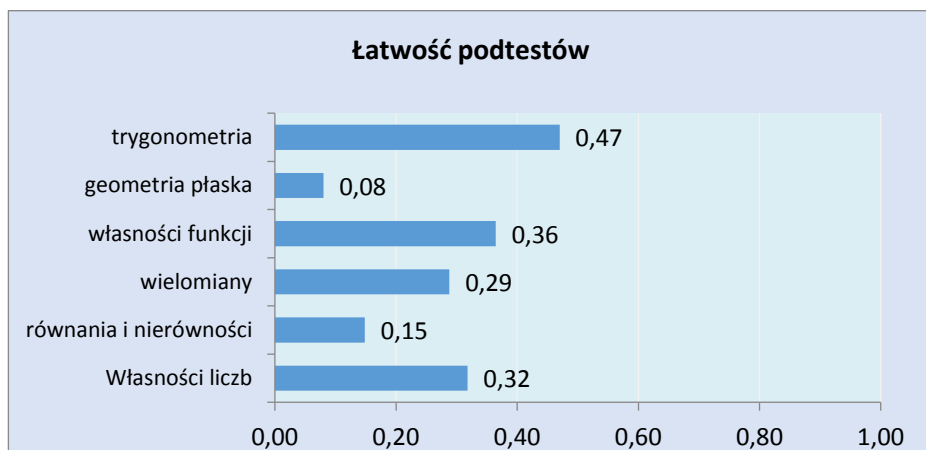
## Plan testu – wymagania ogólne

Wymagania ogólne zapisane w podstawie programowej	Liczba punktów za poszczególne obszary	Waga (%)
<p><b>II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</b>                      Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych                      Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.</p>	8 p.	27%
<p><b>III. Modelowanie matematyczne.</b>                      Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.                      Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.</p>	11 p.	37%
<p><b>IV. Użycie i tworzenie strategii.</b>                      Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.  <b>Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu</b></p>	4 p.	13%
<p><b>V. Rozumowanie i argumentacja</b>                      Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków                      Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.</p>	7 p.	23%



## Plan testu

Numer zadania	Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Liczba punktów
	<b>Uczeń:</b>	
1	przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach;	0 – 1
2	wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;	0 – 1
3	stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi; wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);	0 – 1
4	dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$ ;	0 – 2
5	używa wzorów skróconego mnożenia podczas dowodzenia nierówności;	0 – 3
6	dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość; określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;	0 – 4
7	wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;	0 – 3
8	przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach;	0 – 3
9	znajduje związki miarowe w figurach płaskich;	0 – 4
10	rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną; rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;	0 – 4
11	stosuje wzory Viète'a; rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem;	0 – 4
		0 – 30



---

*Diagnoza w projekcie Połowa drogi...*

---

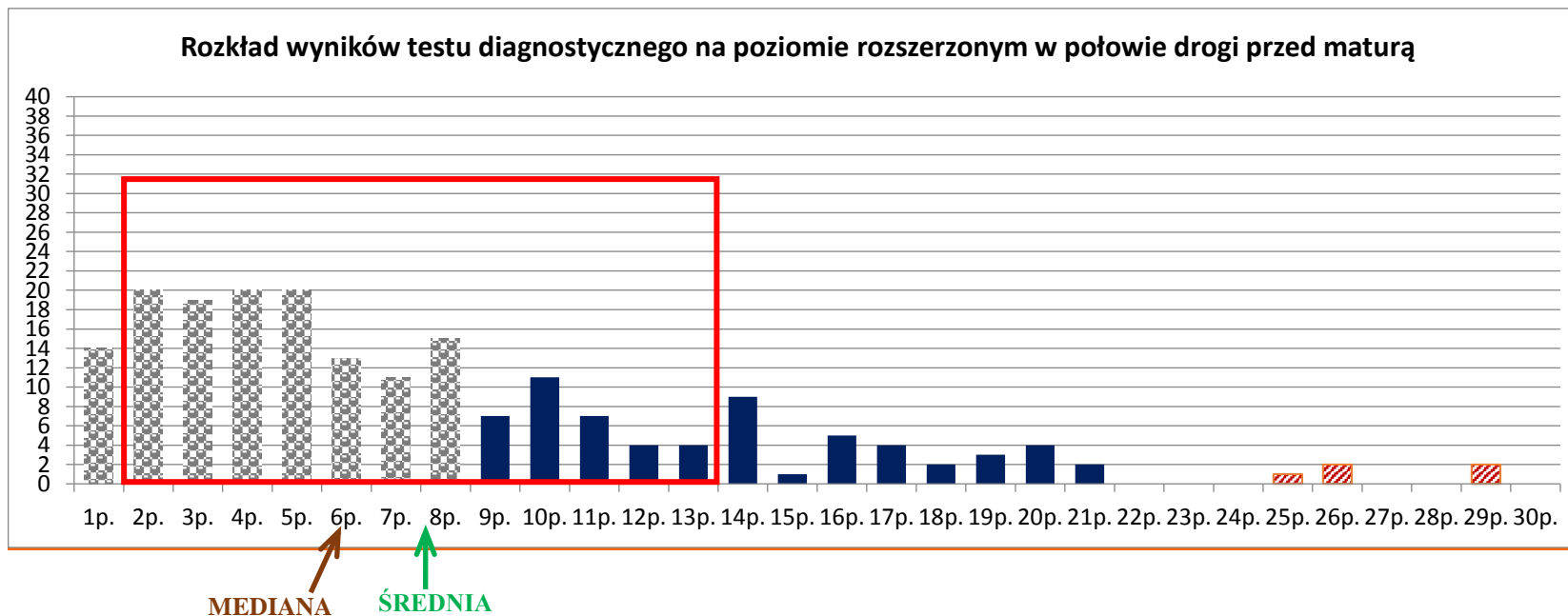
**Wnioski:**

W przeprowadzonej diagnozie łatwości żadnego z badanych wymagań ogólnych nie można uznać za satysfakcjonujące. Ok. 30% uczniów, którzy przygotowują się do matury z matematyki na poziomie rozszerzonym rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi i potrafi tworzyć strategię rozwiązania zadania, a tylko niewiele ponad 20% tych uczniów ma umiejętności bardziej złożone – budowanie modelu matematycznego danej sytuacji, tworzenie łańcucha argumentów i uzasadnianie jego poprawności

## Analiza statystyczna

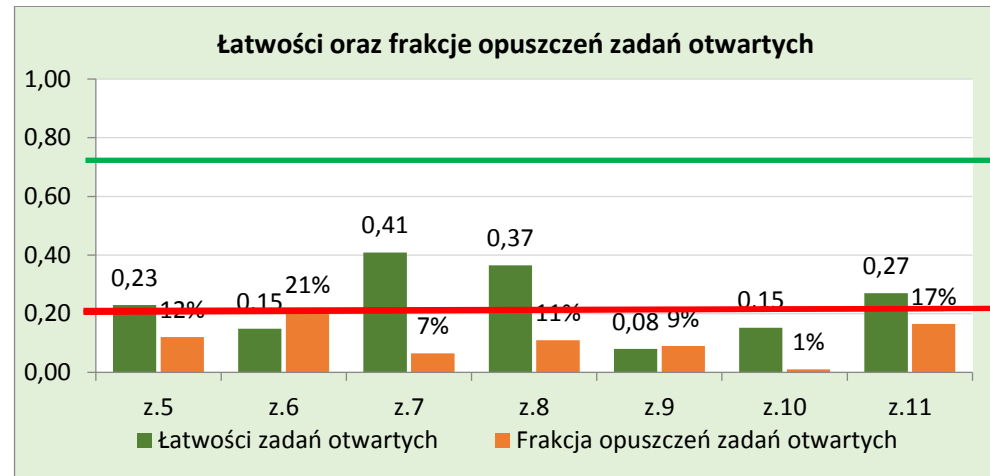
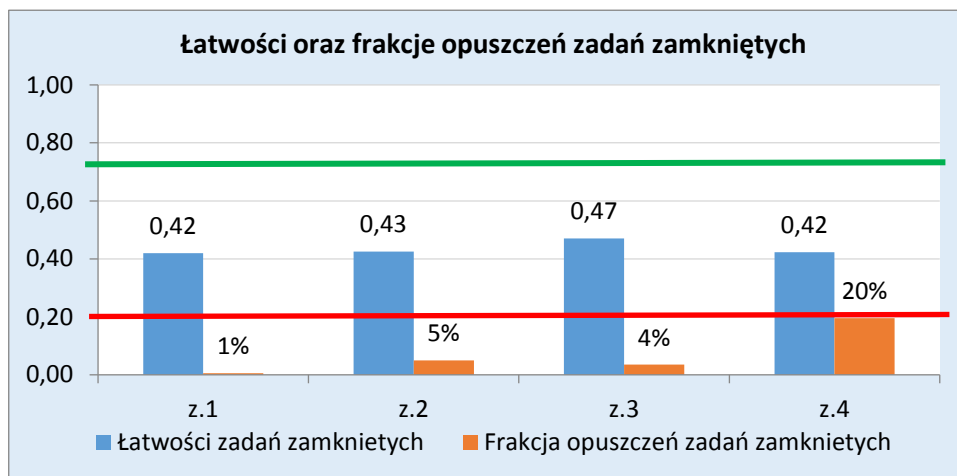
Wskaźnik	Wyjaśnienie	Wartość wskaźnika	Komentarz
Liczba uczniów	Liczba uczniów, którzy przystąpili do testu diagnostycznego <i>Matematyka_PR</i> .	<b>200</b>	Raport opracowano na podstawie wyników przesłanych przez mazowieckich nauczycieli na kurs MPD_2019. Uczniowie, którzy uzyskali 0 punktów nie zostali uwzględnieni w raporcie.
Liczba klas	Liczba klas, które przystąpiły do testu	<b>9</b>	
Liczba punktów	Liczba punktów możliwa do uzyskania za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań testu.	<b>30</b>	Każdy uczeń mógł uzyskać max 30 punktów - <b>5 punktów za zadania zamknięte i 25 punktów za zadania otwarte.</b>
Łatwość testu	Wartość wskaźnika łatwości wskazuje na łatwość/trudność testu	<b>0,26</b>	Łatwość testu liczymy dzieląc sumę punktów zdobytych przez uczniów piszących test przez sumę punktów możliwych do zdobycia przez wszystkich uczniów, którzy pisali test.
<b>MIARY TENDENCJI CENTRALNEJ</b>			
Średnia arytmetyczna	Suma wszystkich wyników podzielona przez liczbę uczniów	<b>7,8</b>	Typowy uczeń tej klasy uzyskał <b>7,8</b> punktu na 30 punktów możliwych do uzyskania. Oznacza to, że "statystyczny" uczeń opanował <b>25,9%</b> czynności mierzonych testem.
Mediana	Wynik środkowy spośród wyników uczniowskich uporządkowanych malejąco lub rosnąco	<b>6,0</b>	Środkowy uczeń w uporządkowanym malejąco lub rosnąco rozkładzie wyników uzyskał <b>6,0</b> punktów z 30 punktów możliwych do uzyskania. Stanowi to odpowiednio <b>20,0%</b> możliwej do uzyskania liczby punktów.
<b>MIARY ROZRZUTU</b>			
Najniższy wynik	Najniższy wynik spośród wyników osiągniętych przez uczniów	<b>1</b>	Liczba uczniów, którzy uzyskali najniższy wynik: <b>14</b> uczniów
Najwyższy wynik	Najwyższy wynik spośród wyników osiągniętych przez uczniów	<b>29</b>	Liczba uczniów, którzy uzyskali najwyższy wynik: <b>2</b> uczniów
Rozstęp wyników	Różnica między wynikami najwyższym i najniższym osiągniętymi przez uczniów	<b>28</b>	Uczniowie uzyskali wyniki w zakresie <b>od 1 do 10 punktów</b> (na 30 punktów możliwych do uzyskania).
Odchylenie standardowe	Miara rozproszenia wyników w odniesieniu do wyniku średniego	<b>5,9</b>	Około <b>70% uczniów</b> z klasy osiąga wyniki z przedziału: <b>od 1,8 do 13,7</b> punktów

## Analiza wykonania



<b>Łatwość testu: 0,26</b>	<b>Charakterystyka zróżnicowania współczynnika łatwości zadań lub testu</b>
<p>Łatwość zadania (testu) to stosunek liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie zadania (testu) przez wszystkich uczniów do maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania.</p> <p><b>Uwaga:</b> jeśli współczynnik łatwości zadania jest <b>poniżej 0,20</b>, <b>badanej umiejętności trzeba nauczyć jeszcze raz</b>, <b>łatwość powyżej 0,75 uznajemy za zadowalającą.</b></p>	0,00 - 0,19 zadania/test bardzo trudne (za trudne dla klasy);
	<b>0,20 - 0,49 zadania/test trudne</b>
	0,50 - 0,69 zadania/test średniej trudności /łatwości;
	0,70 - 0,89 zadania/test łatwe;
	0,90 - 1,00 zadania/test bardzo łatwe (za łatwe dla klasy).

## Łatwości zadań testu



### Wnioski:

Dla tej grupy uczniów łatwość testu jest równa 0,26, co oznacza, że **test był trudny**. Wśród zadań testu są tylko zadania trudne lub bardzo trudne.

Zadania bardzo trudne	6, 9, 10
Zadania trudne	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11
Zadania średnio trudne	-
Zadania łatwe	-
Zadania bardzo łatwe	-

## Szczegółowa analiza wyborów uczniów w zadaniach zamkniętych - przykład

Nr z.	ZADANIA – grupa A	Grupa A	Grupa B	ZADANIA – grupa B																								
2	<p>Liczba <math>\log_4 8 - \log_{16} 64 + 4^{\log_2 \frac{2\sqrt{3}}{3}}</math> jest równa</p> <p>A. <math>4\frac{1}{3}</math>. B. <math>1\frac{1}{2}</math>. C. <math>1\frac{1}{3}</math>. D. <math>\frac{3}{4}</math></p>	<p><b>Zadanie 2A</b></p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>17%</td><td>15%</td><td>52%</td><td>10%</td><td>6%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	17%	15%	52%	10%	6%	<p><b>Zadanie 2B</b></p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>10%</td><td>27%</td><td>27%</td><td>32%</td><td>4%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	10%	27%	27%	32%	4%	<p>Liczba <math>\log_9 27 + \log_{27} 81 - 9^{\log_3 \frac{\sqrt{6}}{2}}</math> jest równa</p> <p>A. <math>4\frac{1}{3}</math>. B. <math>2\frac{2}{3}</math>. C. <math>1\frac{2}{3}</math>. D. <math>1\frac{1}{3}</math></p>
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	17%	15%	52%	10%	6%																							
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	10%	27%	27%	32%	4%																							

### Wnioski:

Zadania w obu grupach są bardzo podobne, a wybór odpowiedzi bardzo różny. Niesatysfakcjonujący jest 52% wybór poprawnej odpowiedzi w grupie A, nad logarytmami uczniowie jeszcze muszą popracować (w klasie pierwszej logarytmy były zapewne tylko wprowadzone, nie było czasu na bardziej złożone ćwiczenia). Cieszy zatem tylko sześcioprocetowa frakcja opuszczeń.



## Szczegółowa analiza wyborów uczniów w zadaniach otwartych - przykład

Nr	Treści zadań		Wnioski												
5	<p>A. Wykaż, że dla każdego <math>x, y, z \in R</math> prawdziwa jest nierówność</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(xy + 2yz - 2y^2).$ <p>B. Wykaż, że dla każdego <math>a, b, c \in R</math> prawdziwa jest nierówność <math>a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Zadanie 5</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>3p.</td> <td>2p.</td> <td>1p.</td> <td>0p.</td> <td>fr.op.</td> </tr> <tr> <td>17%</td> <td>4%</td> <td>11%</td> <td>57%</td> <td>12%</td> </tr> </table>	3p.	2p.	1p.	0p.	fr.op.	17%	4%	11%	57%	12%	<p>Zadania „na dowodzenie” sprawiają uczniom duże trudności. Szczególnie uciążliwe są zadania, które wymagają uzasadnienia prawdziwości nierówności. Uczniowie mają kłopot z precyzyjnym zapisaniem dowodu. Warto zademonstrować taki dowód i przećwiczyć zapis na kilku podobnych zadaniach, np. wrzucanych do różnych sprawdzianów jako zadanie powtórzeniowo-treningowe.</p> <p><b>Może tak?</b></p> <p>Przekształćmy nierówność podaną w zadaniu. Mamy zatem udowodnić, że dla każdego <math>x, y, z \in R</math> zachodzi:</p> $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 4yz - 4y^2 \geq 0$ <p>Już widać pierwszy wzór skróconego mnożenia, zapiszmy nierówność jeszcze inaczej:</p> $(x^2 + y^2 - 2xy) + (z^2 - 4yz - 4y^2) \geq 0$ <p>i stosując wzory:</p> $(x - y)^2 + (z - 2y)^2 \geq 0$ <p>– teraz to jest teza, którą mamy udowodnić.</p> <p><b>Dowód:</b> po lewej stronie nierówności mamy sumę kwadratów dowolnych liczb rzeczywistych, która jest zawsze nieujemna. Ta suma jest równa zero tylko dla <math>x = y</math> i <math>z = 2y</math>. ckd.</p>		
3p.	2p.	1p.	0p.	fr.op.											
17%	4%	11%	57%	12%											
9	<p>A. W trapezie, którego podstawy mają długości <math>a, b</math>, gdzie <math>a &gt; b</math>, suma miar kątów wewnętrznych przy dłuższej podstawie trapezu wynosi <math>90^\circ</math>. Wykaż, że odcinek łączący środki podstaw tego trapezu ma długość <math>\frac{a-b}{2}</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Zadanie 9</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>4p.</td> <td>3p.</td> <td>2p.</td> <td>1p.</td> <td>0p.</td> <td>fr.op.</td> </tr> <tr> <td>4%</td> <td>0%</td> <td>1%</td> <td>16%</td> <td>71%</td> <td>9%</td> </tr> </table>	4p.	3p.	2p.	1p.	0p.	fr.op.	4%	0%	1%	16%	71%	9%	<p>1. Jeden z uczniów rzucił chyba niechcący hasło, a może przedłużył ramiona trapezu i tym sposobem doszliśmy wspólnie do trochę innego rozwiązania</p> <p>Handwritten solution details:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Diagram: Trapezoid with vertices A, B, C, D. Top base DC is extended to point S. Line segment EF connects midpoints of bases AB and DC. Angle at D is <math>90^\circ - x</math>.</li> <li>Equations: <ul style="list-style-type: none"> <li><math> SE  = \frac{1}{2}b</math></li> <li><math>\triangle ADS \sim \triangle DSC</math> (LW)</li> <li><math>\frac{\frac{1}{2}a}{x + \frac{1}{2}b} = 1</math></li> <li><math>\frac{1}{2}a = x + \frac{1}{2}b</math></li> <li><math>x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b</math></li> </ul> </li> </ul>
4p.	3p.	2p.	1p.	0p.	fr.op.										
4%	0%	1%	16%	71%	9%										

### Przegląd wniosków z uczniowskich samoocen:

Uczniowie niezbyt chętnie chcieli siebie oceniać. Trudno jest siebie oceniać - to były najczęstsze komentarze uczniów. [E. D.]

Samoocena okazała się trudna dla uczniów, nie bardzo potrafili określać umiejętności, a większość nie miała żadnych pytań do nauczyciela. [I. S.]

Uczniowie wiedzą, że mają zaległości w nauce i nie potrafią określać poszczególnych umiejętności. [G. N.]

#### SAMOOCENA UCZNIĄ DO ZADANIA NR ...15

Jakie umiejętności badało analizowane przeze mnie zadanie?

wiadomości z gimnazjum z dwoma niewiadomymi

O co chciałbym zapytać nauczyciela lub kolegę w związku z tym zadaniem?

zobczymy zrobili więcej takich zadań, bo dużo osób miało z tym problem

[E. R.]

Niektórzy pisali bardzo ogólnikowo. Uwzględniali, że nie udało im się rozwiązać zadania ze względu na brak znajomości wzorów, mimo, że z zestawu wzorów matematycznych mogli przecież korzystać. [L. A.]

#### SAMOOCENA UCZNIĄ DO ZADANIA NR ...11

Jakie umiejętności badało analizowane przeze mnie zadanie?

badało czy potraficie obliczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny w którym wysokość ma długość 12 cm a wysokość  $h = \frac{2P}{a+b+c}$  - Promień

Czy udało mi się rozwiązać zadanie – jeśli nie, to jakie problemy napotkałem podczas rozwiązywania zadania?

Nie udało mi się rozwiązać zadanie problem z podstawieniem wzoru

[L. A.]

### Rekomendacje:

Test diagnostyczny pokazał braki uczniów zarówno na poziomie umiejętności podstawowych (wymaganie II) jak i złożonych (wymaganie III, IV i V).

Należałoby podjąć działania, aby doskonalić u uczniów **poczucie sprawczości własnego sukcesu** na egzaminie. Nie może być tak, że to głównie nauczyciel martwi się wynikami matury – musimy zmieniać takie przyzwyczajenia zarówno wśród uczniów jak i ich rodziców.

## Diagnoza w projekcie Połowa drogi...

Warto:

- **szczegółowo analizować** rozwiązania zadań sprawdzających wiedzę i umiejętności (testy diagnostyczne, matury próbne, sprawdziany) – podczas omawiania wyników sprawdzianów uczniowie, pracując w grupach, opracowują „sztandarowe” rozwiązania wszystkich zadań (każda grupa jednego zadania), z rysunkami, komentarzami, wnioskami – nauczyciel na tej lekcji pełni rolę konsultanta, służy radą i ew. pomocą. Opracowane rozwiązania wiszą w pracowni na przeznaczony do tego tablicy (do następnego sprawdzianu).
- **mobilizować uczniów do wymyślenia** różnych sposobów rozwiązań zadań, choćby nawet miały się różnić sposobem zapisu rozwiązania,
- **polecić analizę błędnych odpowiedzi** w zadaniach zamkniętych,
- **polecić przygotowanie** do każdego zadania listy umiejętności i czynności, które należało posiadać/wykonać, aby zadanie poprawnie rozwiązać,
- ćwiczyć umiejętność analizowania własności obiektów matematycznych, wspierając się rysunkiem, wykresem itp.
- ćwiczyć kreatywne korzystanie z Zestawu wzorów matematycznych,
- usprawniać umiejętność gospodarowania czasem – prezentować różne techniki rozwiązywania testów, w tym różne sposoby rozwiązywania zadań zamkniętych,
- dobrym ćwiczeniem na "rozumienie treści zadania" może być podanie uczniom samej treści (bez polecenia co mają wykonać/obliczyć/wykazać), każdy uczeń na podstawie treści układa polecenie do zadania i je rozwiązuje. Ładnie różnicuje takie zadanie uczniów. Ja czasami stosowałam to jako pracę domową, następnie podczas lekcji najciekawsze zadania uczniowie omawiali i rozwiązywali wspólnie.

*Już widzę wpływ tej diagnozy na uczniów posiadających jakieś ambicje. Pisaliśmy już po diagnozie sprawdzian wiadomości i poszedł on zdecydowanie lepiej niż zwykle u osób, które słabo napisały diagnozę a chcą zdawać maturę.* [M. S.]

### Cytat:

**Jedną z ważniejszych ról nauczyciela jest tworzenie pokolenia ludzi myślących.** By to zrealizować, **należy przede wszystkim zacząć od siebie, być poszukiwaczem, kimś, kto buduje relacje i znajduje własne metody dotarcia do ucznia** – to ważne słowa wypowiedziane przez Oktawię Gorzeńską, dyrektorkę XVII LO w Gdyni podczas [debaty on-line](#) na temat obecnie wdrażanej reformy w szkołach ponadpodstawowych

Autorzy opracowania:

Grażyna Śleszyńska - kierownik kursu  
Beata Wąsowska - Narajczyk – prowadząca kurs  
oraz uczestnicy kursu on-line