

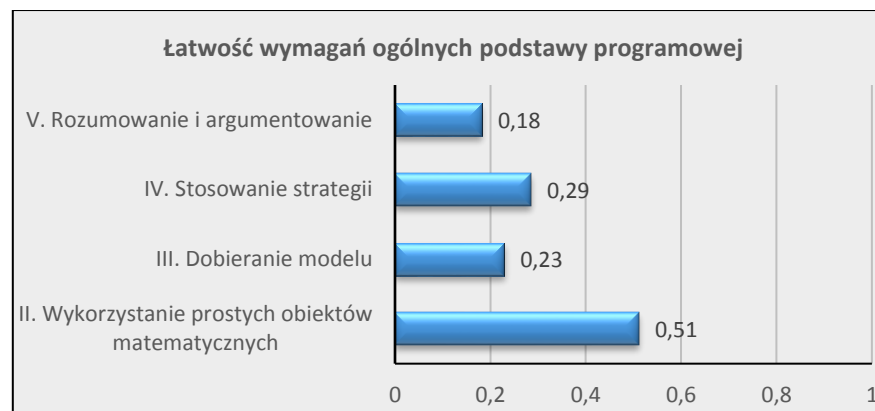
# **RAPORT**

## **z diagnozy umiejętności matematycznych na poziomie podstawowym uczniów liceów i techników w „połowie drogi” przed maturą**

**marzec 2019**

**Plan testu – wymagania ogólne**

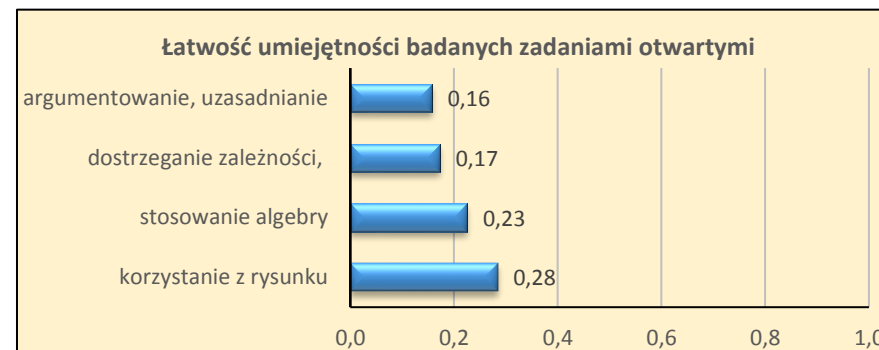
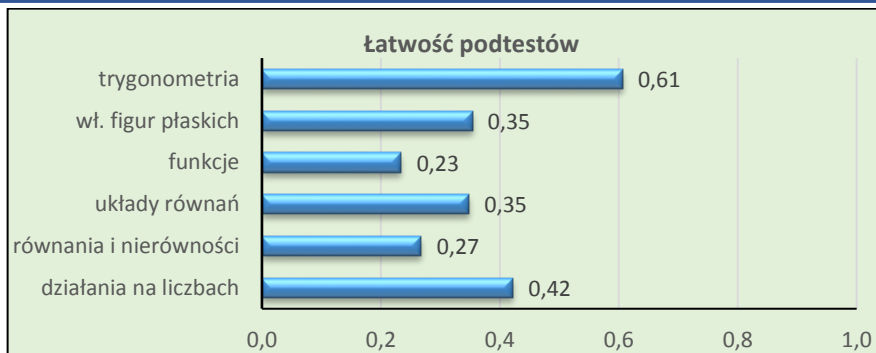
Wymagania ogólne zapisane w podstawie programowej	Liczba punktów za poszczególne obszary	Waga (%)
<b>II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</b> Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	8 p.	28,5%
<b>III. Modelowanie matematyczne.</b> Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	5 p.	18%
<b>IV. Użycie i tworzenie strategii.</b> Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	8 p.	28,5%
<b>V. Rozumowanie i argumentacja</b> Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	7 p.	25%



## Plan testu

Numer zadania	Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Liczba punktów
1	Uczeń: oblicza błąd bezwzględny przybliżenia;	1
2	SP: oblicza wartość bezwzględną; posługuje się pojęciem przedziału liczbowego;	1
3	oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;	1
4	posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;	1
5	stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;	1
6	przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach	1
7	własności czworokątów;	1
8	znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego	1
9	interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej	1
10	na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$ , $y = f(x) + a$ ,	1
11	wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów; korzysta z własności stycznej do okręgu;	3
12	używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ do dowodzenia nierówności;	3
13	oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;	2
14	rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;	3
15	Gim: rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym;	3
16	wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);	4
		<b>28</b>

## Diagnoza w projekcie Połowa drogi...

**Wnioski:**

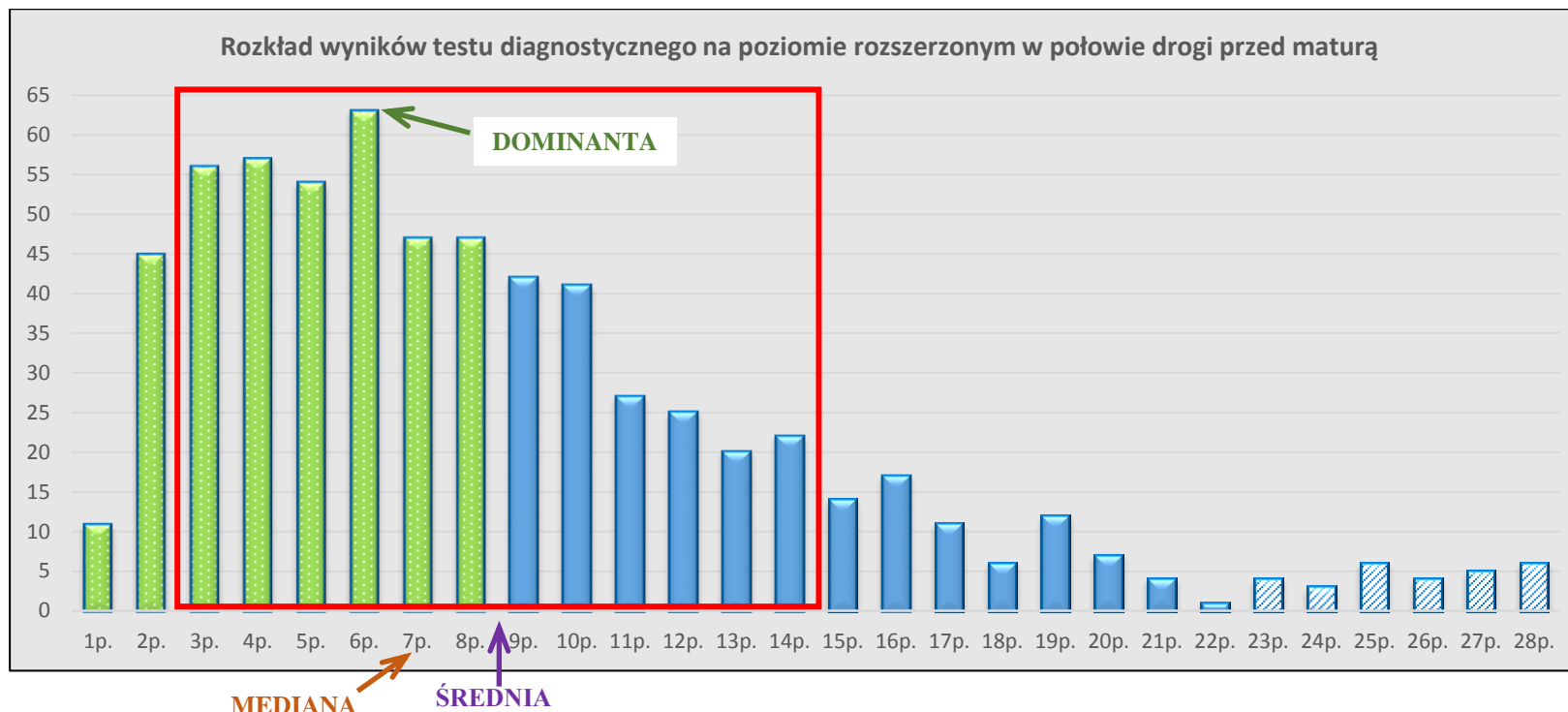
Test obejmował duży zakres materiału, składał się zarówno z zadań zamkniętych jak i otwartych. Zadania odwoływały się do czterech wymagań ogólnych dla poziomu podstawowego zapisanych w podstawie programowej matematyki. Zadania badały podstawową wiedzę uczniów z kluczowych działów matematyki oraz umiejętność stosowania tej wiedzy w sytuacjach typowych, wymagających dobrania modelu oraz zastosowania strategii postępowania, która wynika z treści zadania.

[...]

## Analiza statystyczna

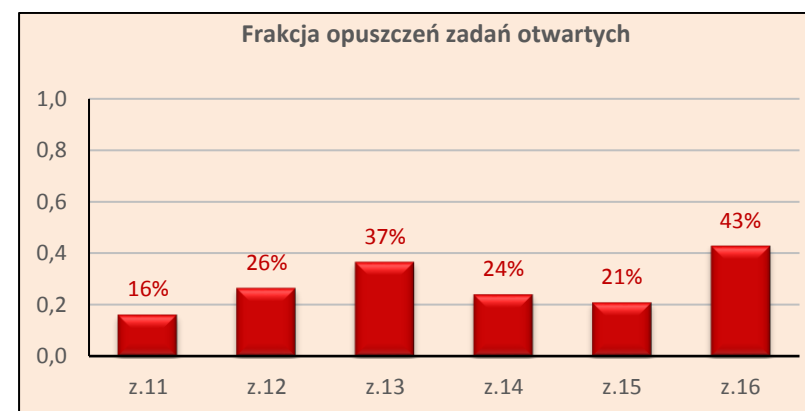
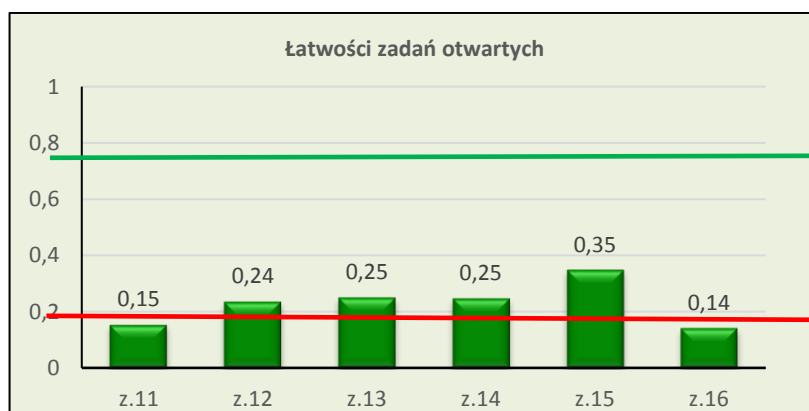
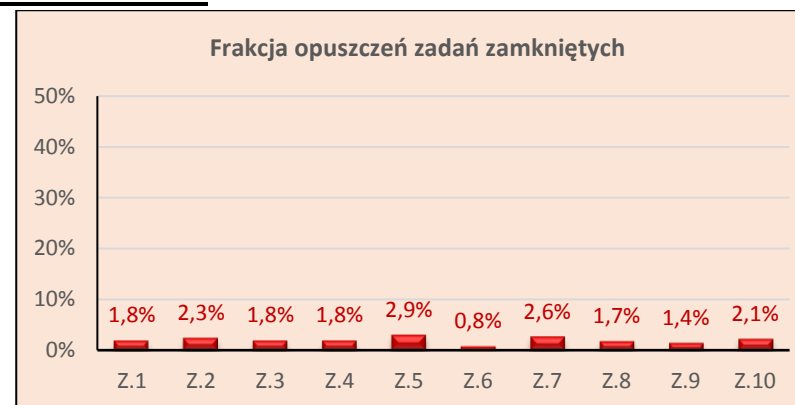
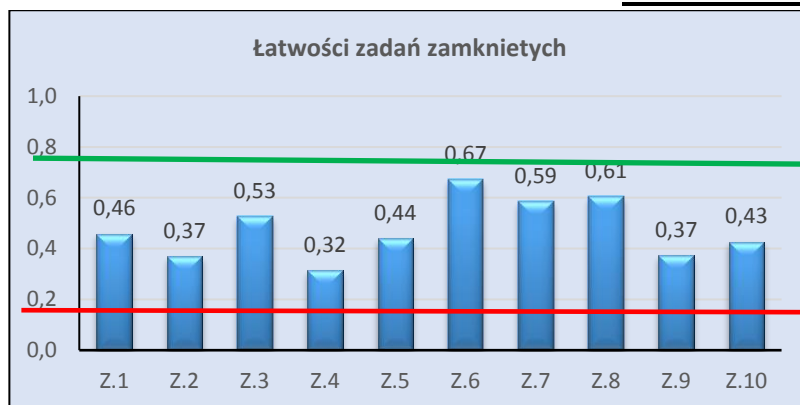
Wskaźnik	Wyjaśnienie	Wartość wskaźnika	Komentarz
<b>Liczba uczniów</b>	Liczba uczniów, którzy przystąpili do testu diagnostycznego <b>Matematyka_PP</b> .	<b>657</b>	Raport opracowano na podstawie wyników przesłanych przez mazowieckich nauczycieli na kurs MPD_2019. Uczniowie, którzy uzyskali 0 punktów nie zostali uwzględnieni w raporcie.
<b>Liczba klas</b>	Liczba klas z liceów lub techników, które przystąpiły do testu	<b>30</b>	W teście wzięło udział 17 klas drugich liceum i 13 klas trzecich technikum.
<b>Liczba punktów</b>	Liczba punktów możliwa do uzyskania za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań testu.	<b>28</b>	Każdy uczeń mógł uzyskać max 28 punktów - 10 punktów za zadania zamknięte i 18 punktów za zadania otwarte.
<b>Łatwość testu</b>	Wartość wskaźnika łatwości wskazuje na łatwość/trudność testu	<b>0,31</b>	Łatwość testu liczymy dzieląc sumę punktów zdobytych przez uczniów piszących test przez sumę punktów możliwych do zdobycia przez wszystkich uczniów, którzy pisali test.
<b>MIARY TENDENCJI CENTRALNEJ</b>			
<b>Średnia arytmetyczna</b>	Suma wszystkich wyników podzielona przez liczbę uczniów	<b>8,8</b>	Typowy uczeń tej klasy uzyskał <b>8,8</b> punktów na 28 punktów możliwych do uzyskania. Oznacza to, że "statystyczny" uczeń opanował <b>31%</b> czynności mierzonych testem.
<b>Mediana</b>	Wynik środkowy spośród wyników uczniowskich uporządkowanych malejąco lub rosnąco	<b>7</b>	Środkowy uczeń w uporządkowanym malejąco lub rosnąco rozkładzie wyników uzyskał <b>7</b> z 28 punktów możliwych do uzyskania. Stanowi to odpowiednio <b>25%</b> możliwej do uzyskania liczby punktów.
<b>Dominanta</b>	Wynik występujący najczęściej w danym zbiorze wyników	<b>6</b>	Dominujący wynik <b>6</b> punkty uzyskało <b>63</b> uczniów. Stanowi to <b>10%</b> uczniów piszących test
<b>MIARY ROZRZUTU</b>			
<b>Najniższy wynik</b>	Najniższy wynik spośród wyników osiągniętych przez uczniów	<b>1</b>	Liczba uczniów, którzy uzyskali najniższy wynik: <b>11</b> uczniów.
<b>Najwyższy wynik</b>	Najwyższy wynik spośród wyników osiągniętych przez uczniów	<b>28</b>	Liczba uczniów, którzy uzyskali najwyższy wynik: <b>6</b> uczniów.
<b>Rozstęp wyników</b>	Różnica między wynikami najwyższym i najniższym osiągniętymi przez uczniów	<b>27</b>	Uczniowie uzyskali wyniki w zakresie <b>od 2 do 10 punktów</b> (na 28 punktów możliwych do uzyskania).
<b>Odchylenie standardowe</b>	Miara rozproszenia wyników w odniesieniu do wyniku średniego	<b>5,9</b>	Około <b>70% uczniów</b> z klasy osiąga wyniki z przedziału <b>od 2,9 do 14,6</b>

## Analiza wykonania



Łatwość testu: <b>0,31</b>	Charakterystyka zróżnicowania współczynnika łatwości zadań lub testu
<p>Łatwość zadania (testu) to stosunek liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie zadania (testu) przez wszystkich uczniów do maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania.</p> <p><b>Uwaga:</b> jeśli współczynnik łatwości zadania jest <b>poniżej 0,20</b>, <b>badanej umiejętności trzeba nauczyć jeszcze raz</b>, <b>łatwość powyżej 0,75 uznajemy za zadowalającą</b>.</p>	0,00 - 0,19 zadania/test bardzo trudne (za trudne dla klasy);
	<b>0,20 - 0,49 zadania/test trudne</b>
	0,50 - 0,69 zadania/test średniej trudności /łatwości;
	0,70 - 0,89 zadania/test łatwe;
	0,90 - 1,00 zadania/test bardzo łatwe (za łatwe dla klasy).

## Łatwości zadań testu



### Wnioski:

**Łatwość zadań zamkniętych** ukształtowała się na różnym poziomie. Najłatwiejszym okazało się z. 6 z geometrii płaskiej, wymagające podstawowej wiedzy o trójkątach z gimnazjum, niestety prawie 2% uczniów nie podjęła próby rozwiązania tego zadania. Najtrudniejsze, z. 4, też opuściło prawie 2% uczniów, a poprawnie rozwiązało tylko 32% uczniów – to zadanie sprawdzało wymaganie V (rozumowanie, argumentowanie), dotyczyło własności pierwiastkowania.

**Zadania otwarte** okazały się trudne lub bardzo trudne dla uczniów – ich łatwości nie przekroczyły 40%. Wysoka **frakcja opuszczeń** zadań otwartych może wskazywać na nieumiejętne gospodarowanie czasem na sprawdzianie, lub brak wiedzy i umiejętności na które wskazują wnioski powyżej.

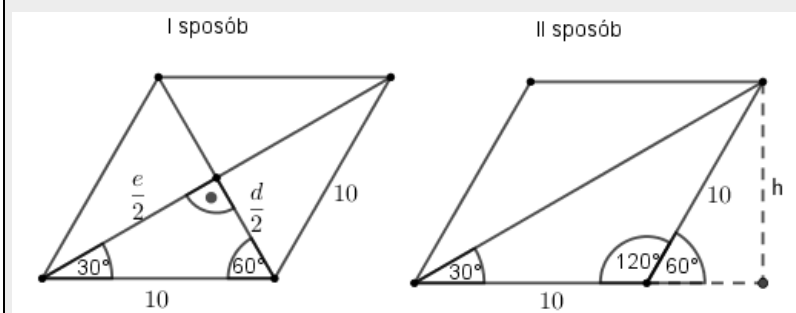
## Szczegółowa analiza wyborów uczniów w zadaniach zamkniętych - przykłady

Nr z.	ZADANIA – grupa A	Grupa A	Grupa B	ZADANIA – grupa B																								
1	<p>Liczba 11,3 jest przybliżeniem z niedomiarem liczby x. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy <math>\frac{1}{250}</math>. Liczba x jest równa</p> <p>A. 11,34. <b>B. 11,304.</b> C. 11,296. D. 11,260</p>	<p>Zadanie 1A</p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>14%</td><td>47%</td><td>31%</td><td>7%</td><td>0,6%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	14%	47%	31%	7%	0,6%	<p>Zadanie 1B</p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>12%</td><td>29%</td><td>45%</td><td>11%</td><td>3,1%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	12%	29%	45%	11%	3,1%	<p>Liczba 7,2 jest przybliżeniem z nadmiarem liczby x. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy <math>\frac{2}{125}</math></p> <p>Liczba x jest równa</p> <p>A. 7,04. B. 7,216. <b>C. 7,184.</b> D. 7,16</p>
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	14%	47%	31%	7%	0,6%																							
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	12%	29%	45%	11%	3,1%																							

**Wnioski:**  
 Duży procent wyborów gr. A – C, gr. B – B wskazuje na nieznanomość pojęcia „błąd bezwzględny” wśród wybierających, chyba określenia w poleceniach: „z niedomiarem”, „z nadmiarem” miały wpływ na te błędne wybory uczniów. Koniecznie należy przeprowadzić z uczniami wyliczenia, przedyskutować definicję, warto też obliczyć błędy względne tych przybliżeń

7	<p>Dłuższa przekątna rombu o boku długości 10 cm tworzy z bokiem tego rombu kąt o mierze 30°. Pole tego rombu jest równe</p> <p>A. 50 cm<sup>2</sup>. <b>B. 50√3 cm<sup>2</sup></b>                      c. 100 cm<sup>2</sup>. D. 100√3 cm<sup>2</sup>.</p>	<p>Zadanie 7A</p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>22%</td><td>53%</td><td>10%</td><td>12%</td><td>3,0%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	22%	53%	10%	12%	3,0%	<p>Zadanie 7B</p> <table border="1"> <tr><th>Option</th><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>fr.op.</td></tr> <tr><th>Percentage</th><td>7%</td><td>10%</td><td>64%</td><td>16%</td><td>2,2%</td></tr> </table>	Option	A	B	C	D	fr.op.	Percentage	7%	10%	64%	16%	2,2%	<p>Kąt rozwarty rombu o boku długości 10 cm ma miarę 120°. Pole tego rombu jest równe</p> <p>A. 50 cm<sup>2</sup>. B. 100 cm<sup>2</sup>  <b>C. 50√3 cm<sup>2</sup>.</b> D. 100√3 cm<sup>2</sup>.</p>
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	22%	53%	10%	12%	3,0%																							
Option	A	B	C	D	fr.op.																							
Percentage	7%	10%	64%	16%	2,2%																							

**Wnioski:**



obydwa sposoby wymagały wiedzy na poziomie gimnazjalnym.



## Szczegółowa analiza wyborów uczniów w zadaniach otwartych - przykład

		Wnioski													
12	<p>A. Wykaż, że dla każdego <math>x, y \in R</math> prawdziwa jest nierówność <math>(3x+y)^2 \geq 12xy</math>.</p> <p>B. Wykaż, że dla każdego <math>x, y \in R</math> prawdziwa jest nierówność <math>(x+4y)^2 \geq 16xy</math>.</p>	<p>Zadanie 12</p> <table border="1"> <caption>Dane do wykresu słupkowy</caption> <thead> <tr> <th>Wynik</th> <th>Procent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3p.</td> <td>12%</td> </tr> <tr> <td>2p.</td> <td>5%</td> </tr> <tr> <td>1p.</td> <td>24%</td> </tr> <tr> <td>0p.</td> <td>32%</td> </tr> <tr> <td>fr.op.</td> <td>26%</td> </tr> </tbody> </table>	Wynik	Procent	3p.	12%	2p.	5%	1p.	24%	0p.	32%	fr.op.	26%	<p><b>Istotny postęp – 1 punkt</b> Przekształcenie nierówności do postaci gr. A: <math>9x^2 + 6xy + y^2 - 12xy \geq 0</math> lub <math>9x^2 - 6xy + y^2 \geq 0</math>. gr. B: <math>x^2 + 8xy + 16y^2 - 16xy \geq 0</math> lub <math>x^2 - 8xy + 16y^2 \geq 0</math>.</p> <p><b>Pokonanie zasadniczych trudności – 2 punkty</b> Zapisanie lewej strony nierówności w postaci gr. A: <math>(3x - y)^2</math>. gr. B: <math>(x - 4y)^2</math>.</p> <p><b>Pełne rozwiązanie – 3 punkty</b> Uzasadnienie prawdziwości nierówności podanej w poleceniu.</p> <p>24% uczniów poprawnie rozwinęła wzór skróconego mnożenia, czyli dokonała istotnego postępu, 5% uczniów uzyskało 2 punkty, czyli wykonało kolejny krok rozwiązania, ale niestety ci uczniowie nie dokończyli dowodu – nie napisali wniosku. Tylko 12% uczniów wykonało pełny dowód. Trzeba koniecznie zwrócić uwagę uczniów na sposób zapisywania dowodów w zadaniach z nierównościami.</p>
Wynik	Procent														
3p.	12%														
2p.	5%														
1p.	24%														
0p.	32%														
fr.op.	26%														

Autorzy opracowania:  
Grażyna Śleszyńska - kierownik kursu  
oraz uczestnicy kursu on-line