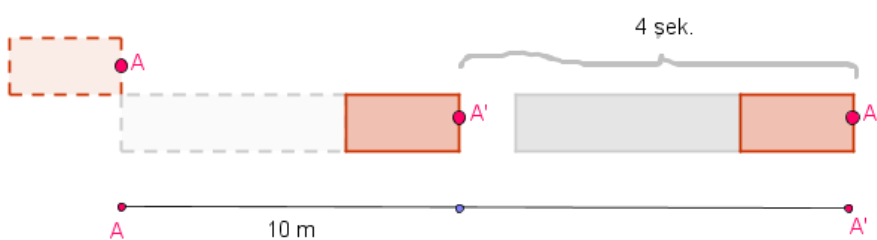


**Sprawdzian „POTĘGA MATEMATYKI”
dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych - 2012**

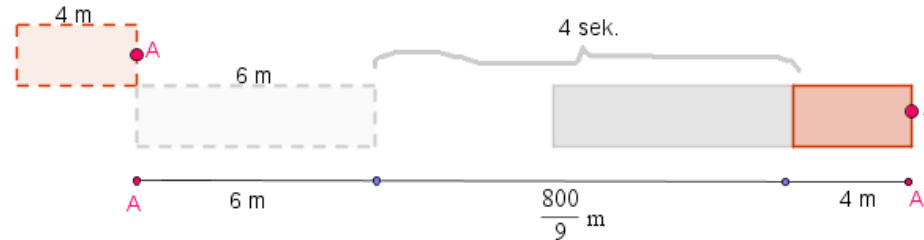
Zadanie 5. (4 punkty) Grupa B

Pan Karol, jadąc 10 czerwca do Gdańska swoim samochodem osobowym o długości 4 m na mecz Hiszpania-Włochy, wyprzedzał furgonetkę o długości 6 m, poruszając się z prędkością 80 km/h. Z jaką prędkością Karol musiał wyprzedzać furgonetkę, żeby manewr ten był wykonany w czasie nie dłuższym niż 4 sekundy?

WSKAZYWANIE KIERUNKU ROZWOJU UCZNIĄ

Wymaganie ogólne PP	Umiejętności ucznia:
<p>Obiekt</p>	<ul style="list-style-type: none"> Pojęcia: prędkość, droga, czas Jednostki prędkości <p>Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.</p>
<p>Reprezentacja</p>	<ul style="list-style-type: none"> Zamiana jednostek Przekształcanie wzorów <p>Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.</p>
<p>Model</p> <p>Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.</p> <p>Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia</p>	<p>1. Ustalenie czasu wyprzedzania i min. prędkości wyprzedzania</p>  <p style="text-align: center;">10 m</p> $S = 4 + 6 = 10[m] \quad t \leq 4 [s] \quad v_1 \geq \frac{10}{4} [m/s]$ $v_{\text{osob}} \geq 80 [km/h] + v_1,$ $v_1 = \frac{10[m]}{4[s]} = \frac{1}{100} \cdot \frac{4}{3600} [km/h] = \frac{1}{100} \cdot \frac{3600}{4} = 9 [km/h]$ <p>$v_{\text{osob}} \geq 89 [km/h]$ Odp. Pan Karol musi jechać z prędkością co najmniej 89 km/h</p>

2. Obliczenie drogi wyprzedzania i min. prędkości wyprzedzania



$$V_c = 80 \left[\frac{km}{h} \right] = \frac{80[km]}{3600[sek]} = \frac{200}{9} \left[\frac{m}{sek} \right]$$

$$t_c = 4[sek]$$

W czasie 4 sek. samochód ciężarowy pokona drogę $s_c = \frac{200}{9} \cdot 4 = \frac{800}{9} [m]$

Samochód osobowy oprócz drogi s_c musi pokonać jeszcze drogę 10 km (suma długości obu samochodów), czyli

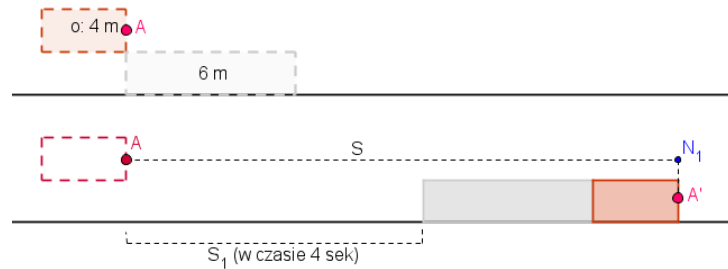
$$s_{osob} = \frac{800}{9} + 10 = \frac{890}{9} [m]$$

Zatem, skoro wyprzedzenie ma trwać nie dłużej niż 4 sek, to:

$$V_{osob} \geq \frac{s_o}{4[sek]} = \frac{890}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{890}{36} \left[\frac{m}{sek} \right] = \frac{89000}{3600} \left[\frac{m}{sek} \right] = \frac{89}{1} \left[\frac{km}{h} \right]$$

Odp. Pan Karol musi jechać z prędkością co najmniej 89 km/h

Oryginalnie



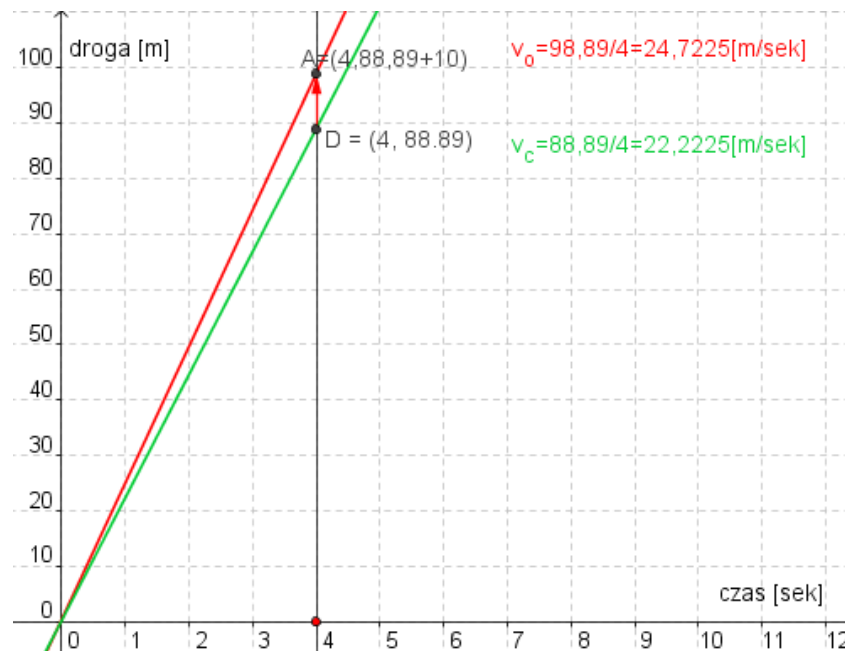
$$V_c = \frac{80000}{3600} \left[\frac{m}{sek} \right] = \frac{200}{9} \left[\frac{m}{sek} \right]$$

$$S_1 = V_c \cdot 4 = \frac{200}{9} \cdot 4 = \frac{800}{9} [m] \qquad S = \frac{800}{9} + 6 + 4 = \frac{890}{9} [m]$$

$$V_o = \frac{S}{4} = \frac{890}{9 \cdot 4} \left[\frac{m}{sek} \right] = \frac{890 \cdot 3600}{36 \cdot 100} \left[\frac{km}{h} \right] = 89 \left[\frac{km}{h} \right]$$

Odp. Pan Karol musi jechać z prędkością co najmniej 89 km/h

3. Graficznie



	<p>Wykres zielony – wykres drogi samochodu ciężarowego w zależności od czasu:</p> $v_c = 80 \left[\frac{km}{h} \right] = \frac{200}{9} \left[\frac{m}{sek} \right]$ $s_c = y_c = \frac{220}{9} \cdot x = 22,2225 \cdot x$ <p>Po 4 sek samochód ciężarowy pokona drogę 88,89[m] (punkt D=(4;88,89))</p> <p>Wykres czerwony – wykres drogi samochodu osobowego w zależności od czasu – wykres musi przechodzić przez punkt (0,0) oraz przez punkt A=(4;88,89+10) (samochód pokonuje dodatkowo drogę równą sumie długości obu samochodów)</p> $v_o = \frac{98,89}{4} \left[\frac{m}{sek} \right] = \frac{98,89}{1000} \cdot \frac{3600}{4} [km/h] = 89[km/h]$ <p>Odp. Pan Karol musi jechać z prędkością co najmniej 89 km/h</p>
Strategia	<p>Np. analiza rozwiązania opisanego w modelu 1 lub 2.</p> <p>Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu</p>
Rozumowanie i argumentacja	<p>Np. uzasadnienie metody opisanej w modelu 4.</p> <p>Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.</p> <p>Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.</p>